



Wie groß ist die Fläche des Spielfeldes?

Die Fläche des quadratischen Spielfeldes ist $A = x^2$. Wir suchen also die Seitenlänge x .

Das in der Skizze eingezeichnete Dreieck $\triangle MAB$ ist rechtwinklig, so dass man den Satz des Pythagoras anwenden kann:

$$(r - 2)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 - 4r + 4 + \frac{1}{4}x^2 = r^2 \Rightarrow$$

$$\text{Gleichung I) } \frac{1}{4}x^2 + 4 = 4r$$

Außerdem erkennt man in der Skizze für den Kreisdurchmesser $d = 2r = x + 2$. Beide Seiten mit 2 erweitert ergibt

$$\text{Gleichung II) } 4r = 2x + 4$$

Dies in Gleichung I) eingesetzt ergibt:

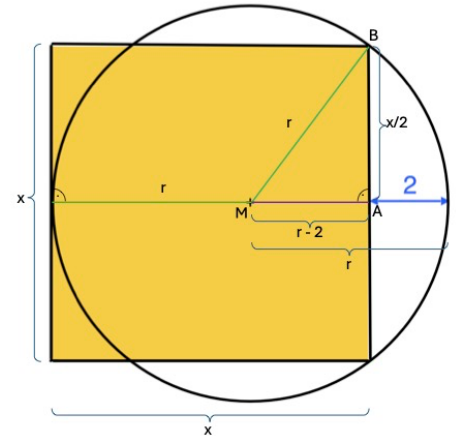
$$\frac{1}{4}x^2 + 4 = 2x + 4 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x * \left(\frac{x}{4} - 2\right) = 0$$

Mögliche Lösungen dieser Gleichung sind $x = 0$ und $\frac{x}{4} - 2 = 0$ oder $\frac{x}{4} = 2$, d.h. $x = 8$

Da $x = 0$ keine sinnvolle Lösung für die Seitenlänge des Quadrates ist, verbleibt allein $x = 8$.

Damit ergibt sich als Lösung für die Fläche des Spielfeldes

$$A = x^2 = 8^2 = 64$$



Im $\triangle MAB$ gilt wieder der Satz des Pythagoras: $(r - a)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = r^2$

$$\Rightarrow r^2 - 2ra + a^2 + \frac{1}{4}x^2 = r^2 \Rightarrow \{1\} \frac{1}{4}x^2 - 2ra + a^2 = 0$$

Für den Kreisdurchmesser gilt wieder {2} $d = 2r = x + a$. Dies in {1} eingesetzt ergibt:

$$\frac{1}{4}x^2 - (x + a)a + a^2 = 0 \text{ bzw. } \frac{1}{4}x^2 - xa = 0 \text{ oder } x\left(\frac{x}{4} - a\right) = 0$$

Abgesehen von $x = 0$ ist diese Gleichung erfüllt für $\frac{x}{4} - a = 0$ bzw. $\frac{x}{4} = a$, d.h. $x = 4a$

Eingesetzt in {2} ergibt sich $d = 2r = 4a + a = 5a$

Damit ergeben sich in Abhängigkeit von a

für die Seitenlänge x des Quadrates und den Kreisdurchmesser d die

Lösungen: $x = 4a$ und $d = 5a$