



MINTphilmal



Lösung Knobelaufgabe April 2025/3

bleibt die Flugzeit gleich, wird sie länger oder kürzer? 

Angenommen die einfache Streckenlänge s beträgt 1, die Geschwindigkeit des Flugzeuges ist v und der Wind weht mit der Geschwindigkeit w .

Aus der Formel für die Geschwindigkeit ergibt sich umgestellt: $Zeit = \frac{Weg}{Geschwindigkeit} = t$

Bei Windstille ist die Zeit für den Hin- und Rückflug jeweils gleich und ergibt zusammen:

$$t_{Flaute} = \frac{1}{v} + \frac{1}{v} = \frac{2}{v}$$

Bei Rückenwind ist die Geschwindigkeit für den Hinflug größer, nämlich $v + w$; auf dem Rückflug mit Gegenwind ist sie aber geringer, nämlich $v - w$. Die Gesamtflugzeit ist daher:

$$t_{Wind} = \frac{1}{v+w} + \frac{1}{v-w}, \text{ dies ergibt}$$

$$t_{Wind} = \frac{(v-w)+(v+w)}{(v+w)(v-w)} = \frac{2v}{v^2-w^2} = \frac{2}{v-\frac{w^2}{v}} \Rightarrow \text{da hier im Vergleich zu } t_{Flaute} = \frac{2}{v}$$

der Zähler gleich, aber der Nenner um $\frac{w^2}{v}$ kleiner ist, ergibt sich:

$$t_{Wind} > t_{Flaute}$$

Lösung: Die Hin- und Rückflugzeit mit jeweils gleich starkem Rücken- und Gegenwind wird im Vergleich zur Flugzeit bei Windstille länger.



Wenn das Flugzeug bei Windstille für 300 km 1 Stunde benötigt, fliegt es mit der Geschwindigkeit $v = 300 \frac{km}{h}$. Die Flugzeit mit Rücken- und Gegenwind beträgt: $t_{Wind} = 2 \text{ h } 5 \text{ min.} = \frac{125}{60} \text{ h}$.

Damit ergibt sich für die Summe aus Hin- und Rückflug:

$$\frac{300 \text{ km}}{(300+w) \frac{km}{h}} + \frac{300 \text{ km}}{(300-w) \frac{km}{h}} = \frac{125}{60} \text{ h} \rightarrow \frac{300 \text{ km} * (300-w) \frac{km}{h} + 300 \text{ km} * (300+w) \frac{km}{h}}{(300+w) * (300-w) \frac{km^2}{h^2}} = \frac{125}{60} \text{ h}$$

$$\frac{(300^2 - 300w + 300^2 + 300w) \frac{km^2}{h}}{(300^2 - w^2) \frac{km^2}{h^2}} = \frac{125}{60} \text{ h} \rightarrow (300^2 - w^2) \frac{km^2}{h^2} = \frac{60 * (300^2 + 300^2) \text{ km}^2}{125 \text{ h}^2}$$

$$w^2 = 300^2 \frac{km^2}{h^2} - \frac{60 * 2 * 300^2 \text{ km}^2}{125 \text{ h}^2} = 90.000 \frac{km^2}{h^2} - 86.400 \frac{km^2}{h^2} = 3.600 \frac{km^2}{h^2} \rightarrow w = \pm 60 \frac{km}{h}$$

Lösung: Der Wind weht mit 60 km/h.