



MINTphilmal



Lösung Knobelaufgabe April 2025/3

bleibt die Flugzeit gleich, wird sie länger oder kürzer? 

Angenommen die einfache Streckenlänge s beträgt 1, die Geschwindigkeit des Flugzeuges ist v und der Wind weht mit der Geschwindigkeit w .

Aus der Formel für die Geschwindigkeit ergibt sich umgestellt: $Zeit = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}} = t$

Bei Windstille ist die Zeit für den Hin- und Rückflug jeweils gleich und ergibt zusammen:

$$t_{\text{Flaute}} = \frac{1}{v} + \frac{1}{v} = \frac{2}{v}$$

Bei Rückenwind ist die Geschwindigkeit für den Hinflug größer, nämlich $v + w$; auf dem Rückflug mit Gegenwind ist sie aber geringer, nämlich $v - w$. Die Gesamtflugzeit ist daher:

$$t_{\text{Wind}} = \frac{1}{v+w} + \frac{1}{v-w}, \text{ dies ergibt}$$

$$t_{\text{Wind}} = \frac{(v-w)+(v+w)}{(v+w)(v-w)} = \frac{2v}{v^2-w^2} = \frac{2}{v-\frac{w^2}{v}} \Rightarrow \text{da hier im Vergleich zu } t_{\text{Flaute}} = \frac{2}{v}$$

der Zähler gleich, aber der Nenner um $\frac{w^2}{v}$ kleiner ist, ergibt sich:

$$t_{\text{Wind}} > t_{\text{Flaute}}$$

Lösung: Die Hin- und Rückflugzeit mit jeweils gleich starkem Rücken- und Gegenwind wird im Vergleich zur Flugzeit bei Windstille länger.



Wenn das Flugzeug bei Windstille für 300 km 1 Stunde benötigt, fliegt es mit der Geschwindigkeit $v = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Die Flugzeit mit Rücken- und Gegenwind beträgt: $t_{\text{Wind}} = 2 \text{ h } 5 \text{ min.} = \frac{125}{60} \text{ h}$.

Damit ergibt sich für die Summe aus Hin- und Rückflug:

$$\frac{300 \text{ km}}{(300+w) \frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{300 \text{ km}}{(300-w) \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{125}{60} \text{ h} \rightarrow \frac{300 \text{ km} \cdot (300-w) \frac{\text{km}}{\text{h}} + 300 \text{ km} \cdot (300+w) \frac{\text{km}}{\text{h}}}{(300+w) \cdot (300-w) \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2}} = \frac{125}{60} \text{ h}$$

$$\frac{(300^2 - 300w + 300^2 + 300w) \frac{\text{km}^2}{\text{h}}}{(300^2 - w^2) \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2}} = \frac{125}{60} \text{ h} \rightarrow (300^2 - w^2) \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} = \frac{60 \cdot (300^2 + 300^2) \text{ km}^2}{125 \text{ h}^2}$$

$$w^2 = 300^2 \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} - \frac{60 \cdot 2 \cdot 300^2 \text{ km}^2}{125 \text{ h}^2} = 90.000 \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} - 86.400 \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} = 3.600 \frac{\text{km}^2}{\text{h}^2} \rightarrow w = \pm 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Lösung: Der Wind weht mit 60 km/h.