MINTphilmal

Lösung Knobelaufgabe Dezember 2024/3

Wie groß ist die Fläche eines der von gebackenen Plätzchen?

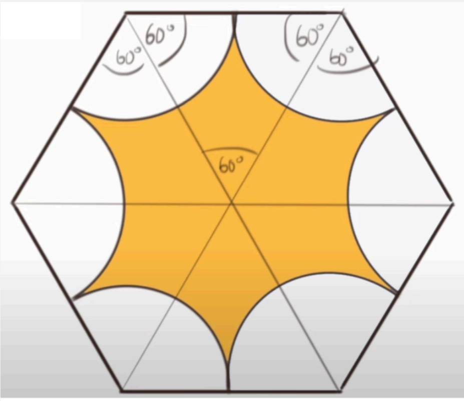


Bild 1

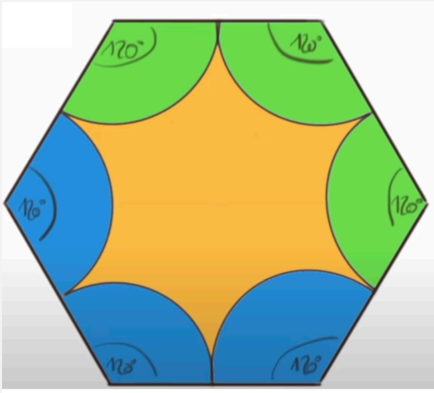


Bild 2

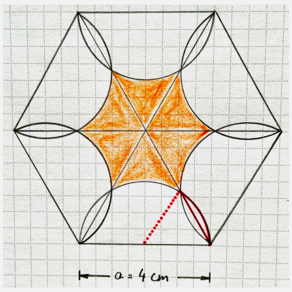
Zeichnet man im regelmäßigen Sechseck die Diagonalen ein, entstehen 6 gleichseitige Dreiecke. Im gleichseitigen Dreieck hat jeder Winkel 60° (Bild 1).

Damit ergeben sich die Winkel in den Ecken des Sechsecks mit 120°. Nimmt man nun 3 Kreissegmente, ergeben sich zusammengesetzt aus den drei Zentriwinkeln insgesamt 360°, d.h. es fügt sich ein Kreis mit dem Radius a/2 zusammen. Die 6 Kreissegmente ergeben also 2 Kreise (Bild 2).

Lösung: Die Fläche des Sterns errechnet sich somit aus der Differenz

$$A_{Stern} = A_{6\text{-}Eck} - 2 \bullet A_{Kreis} = \frac{3}{2} \bullet \sqrt{3} \bullet a^2 - 2 \bullet \pi \bullet \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Mit a = 4 cm ergibt sich $\mathbf{A_{Stern} = 16{,}4\ cm^2}$



In diesem Fall sind von der Sechseckfläche 6 Halbkreise = 3 ganze Kreise mit r = a/2 = 2 cm abzuziehen. Diese überschneiden sich jedoch, so dass 12 Kreissegmente, die doppelt abgezogen würden, wieder hinzuzurechnen sind.
Eine Kreissegmentfläche errechnet sich hier aus einem Sechstelkreis minus dem gleichseitigen Dreieck

→ Dies ergibt für 12 Segmente $= 12 \bullet (1/6 \bullet 2^2\ cm^2 \bullet \pi - 1/2 \bullet 2\ cm \bullet \frac{\sqrt{3}}{2} \bullet 2\ cm) = 4{,}35\ cm^2$

→ Die Sternfläche errechnet sich damit wie folgt: $A_{Stern} = A_{6\text{-}Eck} - 3 \bullet A_{Kreis} + 4{,}35\ cm^2$

→ $A_{Stern} = \frac{3}{2} \bullet \sqrt{3} \bullet 4^2\ cm^2 - 3 \bullet 2^2\ cm^2 \bullet \pi + 4{,}35\ cm^2 = 8{,}22\ cm^2$

Lösung: Für diesen Fall halbiert sich gerundet die Sternfläche auf **8,2 cm²**.

Quellenangaben:
Verantwortliche für den Inhalt: MINTphilmal