



MINTphilmal

Lösung (S1) Knobelaufgabe_April 2024/3



gegeben: Durchmesser (d) Erde: 12.740 km

Durchmesser (d) Tennisball: 6 cm

Umfang wird jeweils um 1 m verlängert

gesucht: Abstand des Fadens von der jeweiligen Oberfläche

Lösung:

$$\text{Formel für Kreisumfang } u = 2 \cdot r \cdot \pi \quad \text{mit } r = \frac{d}{2} \quad \text{und } \pi \approx 3,14$$

Erde: $d_1 = 12.740 \text{ km} \rightarrow i = r_1 = 6.370 \text{ km}$

$$u_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \pi$$

$$u_1 = 2 \cdot 6.370 \text{ km} \cdot \pi$$

$$u_1 = 40.003,6 \text{ km} \rightarrow u_1 = 40.003.600 \text{ m}$$

$$i = r_1 = 6.370 \text{ km} \rightarrow r_1 = 6.370.000 \text{ m}$$

Faden um Erde: $u_2 = 40.003.600 \text{ m} + 1 \text{ m} = 40.003.601 \text{ m}$

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi \rightarrow r = \frac{u}{2\pi}$$

$$a = r_2 = \frac{40.003.601}{2\pi} \text{ m} \quad r_2 = 6.370.000,159 \text{ m}$$

$$a - i = r_2 - r_1 = 6.370.000,159 \text{ m} - 6.370.000 \text{ m} = 0,159 \text{ m}$$

$$\approx 16 \text{ cm}$$



hat sich getäuscht.

Der Abstand des Fadens von der Oberfläche beträgt (ganzzahlig gerundet)

bei der Erde **16 cm**

Tennisball: $d_1 = 6 \text{ cm} \rightarrow i = r_1 = 3 \text{ cm}$

$$u_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \pi$$

$$u_1 = 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot \pi$$

$$u_1 = 18,84 \text{ cm}$$

Faden um Tennisball:

$$u_2 = u_1 + 1 \text{ m} = 118,84 \text{ cm}$$

$$a = r_2 = \frac{118,84}{2\pi} \text{ cm} = 18,92 \text{ cm}$$

$$a - i = r_2 - r_1 = 18,92 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 15,92 \text{ cm}$$

$$\approx 16 \text{ cm}$$

beim Tennisball **16 cm**



$$\text{Formel: } r = \frac{u}{2\pi}$$

$$i = r_1 = \frac{u}{2\pi} \quad a = r_2 = \frac{u+x}{2\pi} \quad x \triangleq \text{Verlängerung des Umfangs}$$

$$\Delta = a - i = r_2 - r_1 = \frac{u+x}{2\pi} - \frac{u}{2\pi} = \frac{u+x-u}{2\pi} = \frac{x}{2\pi}$$

$$\rightarrow \text{Die gesuchte Formel heißt: } \Delta = \frac{x}{2\pi}$$

Der Abstand (Δ) ist unabhängig vom Durchmesser einer Kugel.



Lösung in Tabellenform

In dieser Tabelle werden die Größenunterschiede unmittelbar ersichtlich bei am Ende doch gleichem Ergebnis.

Formel für Kreisumfang $u = 2 \cdot r \cdot \pi$ mit $r = \frac{d}{2}$ und $\pi \approx 3,14$

| | Erde | Tennisball |
|---|--------------------------------------|---------------------------------|
| Durchmesser d | 12.740 km \rightarrow 12.740.000 m | 6 cm |
| Radius $i = r_1$ | 6.370.000 m | 3 cm |
| Umfang $u_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \pi$ | 40.003.600 m | 18,84 cm |
| Fadenlänge $u_2 = u_1 + 1$ m | 40.003.601 m | 118,84 cm |
| Fadenkreisradius $a = r_2 = \frac{u_2}{2\pi}$ | 6.370.000,159 m | 18,92 cm |
| $a - i = r_2 - r_1$ | 0,159 m \approx 16 cm | 15,92 cm \approx 16 cm |

Der Abstand des Fadens von der Oberfläche beträgt (ganzzahlig gerundet)

↓
bei der Erde **16 cm**

↓
beim Tennisball **16 cm**