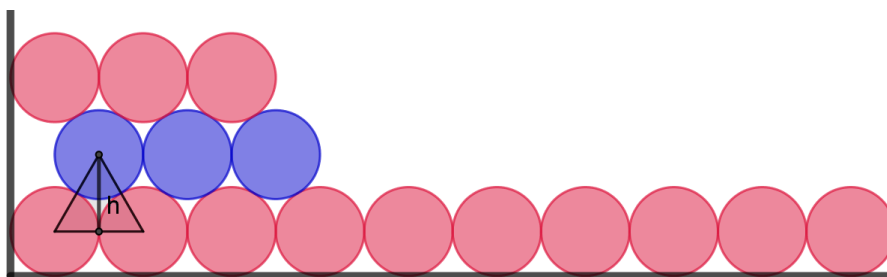




„Das Runde muss ins Eckige“

LÖSUNG



Ausschnitt der Box, von oben betrachtet

Wenn man mehr als 80 Murmeln (= Kugeln mit $d = 1$ cm) in einer quaderförmigen Box mit den Maßen $a = 10$ cm, $b = 8$ cm und $c = 1$ cm unterbringen möchte, muss man sie „versetzt“ anordnen (siehe Abbildung). Dann wechseln sich – auf die Breite der Box gesehen – Reihen mit 10 Kugeln ab mit Reihen, die nur aus 9 Kugeln bestehen. Der Abstand der Reihen wird dadurch jedoch geringer, sodass man im günstigen Falle eine Reihe mehr in die Box bekommt (9 statt 8). In diesem günstigen Fall passen ...

5 Reihen mit je 10 Murmeln = 50 Murmeln und

4 Reihen mit je 9 Murmeln = 36 Murmeln, also insgesamt **86 Murmeln** in die Box.

Bleibt zu prüfen, ob tatsächlich 9 Reihen in der Breite der Box Platz haben. Den Abstand zweier versetzt angeordneter Reihen erhält man über ein gleichseitiges Dreieck (siehe Abb.). Dessen Seitenlänge misst den doppelten Radius einer Murmel, also 1 cm.

Der Abstand zweier versetzt angeordneter Kugelreihen ist genau so lang, wie die Höhe in diesem Dreieck. Diese erhält man entweder mit dem Satz des Pythagoras oder mit der Formel $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, wobei a die Seitenlänge des Dreiecks ist. Der Abstand zweier versetzter Kugelreihen beträgt in unserem Fall also $h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ cm $\approx 0,87$ cm.


Der Platzbedarf für 9 derart angeordnete Reihen setzt sich dann wie folgt zusammen:

Am Rand der Box für die 1. und 9. Reihe: $2 \text{ mal } 0,5 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$

8 mal den (verkürzten) Abstand von $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ $= 4 \cdot \sqrt{3}$ cm $\approx 6,93$ cm

Zusammen also **7,93 cm**. Bei einer Breite von 8 cm passen die 9 Reihen also in die Box.



Ein Freund von  meint: „Wenn man bei Deiner Lösung eine Reihe mit 9 Kugeln durch eine Reihe mit 10 ersetzt, dann passt sogar noch eine Kugel mehr in die Box.“

Der Freund hat **nicht** recht.

Wenn man eine Reihe mit 9 Kugeln durch eine mit 10 ersetzt, dann hat man einmal den „vollen“ Abstand (= doppelter Radius der Murmel = 1 cm) statt den verkürzten von 0,87 cm. Die erforderliche Gesamtbreite erhöht sich damit um 0,13 cm. Sie beträgt dann nicht mehr 7,93 cm (siehe vorhergehende Lösung), sondern **8,06 cm**. Die Box ist aber nur 8 cm breit.